**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи.

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (N). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **169** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **114** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **151** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **101** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **144** | **108** | **132** | **194** | **96** | **164** |  |

**Метод минимального элемента**

Сумма запасов: 695.

Сумма потребностей: 838.

**Поиск опорного плана**

Сумма потребностей превышает сумму запасов, значит модель этой транспортной задачи является открытой.

Для того чтобы получить закрытую модель транспортной задачи введем дополнительную базу с запасом груза равным разности сумм потребителей и запасов.

Запас груза дополнительной базы: 143.

Стоимость перевозки от базы к потребителю ставим 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **169** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **114** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **151** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **101** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **144** | **108** | **132** | **194** | **96** | **164** |  |

Найдем первую ячейку с минимальной стоимостью

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **169** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **114 – 108 = 6** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **151** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **101** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **144** | **108 – 108 = 0** | **132** | **194** | **96** | **164** |  |

Ищем и обрабатываем остальные ячейки таким же образом

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **169** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **6** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **151** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **101 – 101 = 0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **144** | **0** | **132** | **194 – 101 = 93** | **96** | **164** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **169 – 164 = 5** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **6** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **151** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **144** | **0** | **132** | **93** | **96** | **164 – 164 = 0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **5** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **6** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **151 – 144 = 7** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **144 – 144 = 0** | **0** | **132** | **93** | **96** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **5** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **6** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **7 – 7 = 0** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **132** | **93** | **96 – 7 = 89** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **5 – 5 = 0** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **6** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **0** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **132** | **93 – 5 = 88** | **89** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **0** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **6** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **0** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **160 – 88 = 72** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **132** | **88 – 88 = 0** | **89** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **0** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **6 – 6 = 0** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **0** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **72** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **132** | **0** | **89 – 6 = 83** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **0** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **0** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **0** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **72 – 72 = 0** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **132 – 72 = 60** | **0** | **83** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **0** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **0** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **0** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **0** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **143 – 60 = 83** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60 – 60 = 0** | **0** | **83** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4** | **12** | **2** | **0** |
| 2 | **11** | **1** | **9** | **6** | **8** | **14** | **0** |
| 3 | **2** | **6** | **12** | **9** | **3** | **12** | **0** |
| 4 | **5** | **11** | **11** | **4** | **14** | **3** | **0** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **83 – 83 = 0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **83 – 83 = 0** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4[5]** | **12** | **2[164]** | **0** |
| 2 | **11** | **1[108]** | **9** | **6** | **8[6]** | **14** | **0** |
| 3 | **2[144]** | **6** | **12** | **9** | **3[7]** | **12** | **0** |
| 4 | **5** | **11** | **11[72]** | **4[88]** | **14** | **3** | **0** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1[101]** | **11** | **5** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0[60]** | **0** | **0[83]** | **0** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

Мы получили первый опорный план.

Этот план допустимый, потому что весь груз вывезен, а все потребности являются 0, потому план выполнен.

Общие затраты на доставку всей продукции для начального решения = 4\*5+2\*164+1\*108+8\*6+2\*144+3\*7+11\*72+4\*88+1\*101+0\*60+0\*83=2058

**Улучшение опорного плана методом потенциалов**

Ui – потенциал поставщика.

Vj – потенциал потребителя.

Сумма потенциалов должна быть равна тарифу данного маршрута.

Найдем предварительные потенциалы. Допустим, что u1 = 0.

u1 + v4 = 4;

u4 + v4 = 4;

u4 + v3 = 11;

u6 + v3 = 0;

u6 + v5 = 0;

u2 + v5 = 8;

u2 + v2 = 1;

u3 + v5 = 3;

u3 + v1 = 2;

u5 + v4 = 1;

u1 + v6 = 2;

При u1 = 0.

v4 = 4

u4 = 0

v3 = 11

u6 = -11

v5 = 11

u2 = -3

v2 = 4

u3 = -8

v1 = 10

u5 = -3

v6 = 2

Опорный план не оптимален так как существуют оценки, в которых сумма потенциалов больше чем Cij.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4[5]** | **12** | **2[164]** | **0** |
| 2 | **11** | **1[108]** | **9** | **6** | **8[6]** | **14** | **-3** |
| 3 | **2[144]** | **6** | **12** | **9** | **3[7]** | **12** | **-8** |
| 4 | **5** | **11** | **11[72]** | **4[88]** | **14** | **3** | **0** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1[101]** | **11** | **5** | **-3** |
| 6 | **0** | **0** | **0[60]** | **0** | **0[83]** | **0** | **-11** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **10** | **4** | **11** | **4** | **11** | **2** |  |

Вычисляем оценки свободных клеток

(1;2): 0 + 4 > 3; ∆12 = 0 + 4 - 3 = 1 > 0

(1;3): 0 + 11 > 7; ∆13 = 0 + 11 - 7 = 4 > 0

(4;1): 0 + 10 > 5; ∆41 = 0 + 10 - 5 = 5 > 0

(5;1): -3 + 10 > 4; ∆51 = -3 + 10 - 4 = 3 > 0

max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 5.

Для этого в клетку (4;1) ставим +, а в остальных вершинах чередуем + и –.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1(10) | 2(4) | 3(11) | 4(4) | 5(11) | 6(2) | ЗАПАСЫ |
| 1(0) | **13** | **3** | **7** | **4[5]** | **12** | **2[164]** | **169** |
| 2(-3) | **11** | **1[108]** | **9** | **6** | **8[6]** | **14** | **114** |
| 3(-8) | **2[144][-]** | **6** | **12** | **9** | **3[7][+]** | **12** | **151** |
| 4(0) | **5[+]** | **11** | **11[72][-]** | **4[88]** | **14** | **3** | **160** |
| 5(-3) | **4** | **12** | **10** | **1[101]** | **11** | **5** | **101** |
| 6(-11) | **0** | **0** | **0[60][+]** | **0** | **0[83][-]** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **144** | **108** | **132** | **194** | **96** | **164** |  |

Из грузов в отрицательных клетках выбираем наименьшее. (72)

Добавляем это число к положительным клеткам и отнимаем это число из отрицательных клеток.

Получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **13** | **3** | **7** | **4[5]** | **12** | **2[164]** | **169** |
| 2 | **11** | **1[108]** | **9** | **6** | **8[6]** | **14** | **114** |
| 3 | **2[72]** | **6** | **12** | **9** | **3[79]** | **12** | **151** |
| 4 | **5[72]** | **11** | **11** | **4[88]** | **14** | **3** | **160** |
| 5 | **4** | **12** | **10** | **1[101]** | **11** | **5** | **101** |
| 6 | **0** | **0** | **0[132]** | **0** | **0[11]** | **0** | **143** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **144** | **108** | **132** | **194** | **96** | **164** |  |

Повторяем аналогичную прошлой проверке проверку опорного плана.

u1 + v4 = 4;

u4 + v4 = 4;

u4 + v1 = 5;

u3 + v1 = 2;

u3 + v5 = 3;

u2 + v5 = 8;

u2 + v2 = 1;

u6 + v5 = 0;

u6 + v3 = 0;

u5 + v4 = 1;

u1 + v6 = 2;

При u1 = 0.

v4 = 4

u4 = 0

v1 = 5

u3 = -3

v5 = 6

u2 = 2

v2 = -1

u6 = -6

v3 = 6

u5 = -3

v6 = 2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1(5) | 2(-1) | 3(6) | 4(4) | 5(6) | 6(2) |
| 1(0) | **13** | **3** | **7** | **4[5]** | **12** | **2[164]** |
| 2(2) | **11** | **1[108]** | **9** | **6** | **8[6]** | **14** |
| 3(-3) | **2[72]** | **6** | **12** | **9** | **3[79]** | **12** |
| 4(0) | **5[72]** | **11** | **11** | **4[88]** | **14** | **3** |
| 5(-3) | **4** | **12** | **10** | **1[101]** | **11** | **5** |
| 6(-6) | **0** | **0** | **0[132]** | **0** | **0[11]** | **0** |

План является оптимальным, так как все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты: 4\*5 + 2\*164 + 1\*108 + 8\*6 + 2\*72 + 3\*79 + 5\*72 + 4\*88 + 1\*101 + 0\*132 + 0\*11 = 1698

(1;1) 0 + 5 ≤ 13 (1;2) 0 – 1 ≤ 3 (1;3) 0 + 6 ≤ 7 (1;5) 0 + 6 ≤ 12

(2;1) 2 + 5 ≤ 11 (2;3) 2 + 6 ≤ 9 (2;4) 2 + 4 ≤ 6 (2;6) 2 + 2 ≤ 14

(3;2) -3 – 1 ≤ 6 (3;3) -3 + 6 ≤ 12 (3;4) -3 + 4 ≤ 9 (3;6) -3 + 2 ≤ 12

(4;2) 0 - 1 ≤ 11 (4;3) 0 + 6 ≤ 11 (4;5) 0 + 6 ≤ 14 (4;6) 0 + 2 ≤ 3

(5;1) -3 + 5 ≤ 4 (5;2) -3 – 1 ≤ 12 (5;3) -3 + 6 ≤ 10 (5;5) -3 + 6 ≤ 11 (5;6) -3 + 2 ≤ 5

(6;1) -6 + 5 ≤ 0 (6;2) -6 – 1 ≤ 0 (6;4) -6 + 4 ≤ 0 (6;6) -6 + 2 ≤ 0

1;1 = 13 – (0 + 5) = 8

1;2 = 3 – (0 - 1) = 4

**Проанализируем полученный оптимальный план**

Со склада 1 нужно отправить 5 шт. груза 4 потребителю и 164 шт. груза 6 потребителю.

Со склада 2 нужно отправить 108 шт. груза 2 потребителю и 6 шт. груза 5 потребителю.

Со склада 3 нужно отправить 72 шт. груза 1 потребителю и 79 шт. груза 5 потребителю.

Со склада 4 нужно отправить 72 шт. груза 1 потребителю и 88 шт. груза 4 потребителю.

Со склада 5 нужно отправить 101 шт. груза 4 потребителю.

Со склада 6 нужно отправить 132 шт. груза 3 потребителю и 11 шт. груза 6 потребителю.

**Вывод: были приобретены навыки решения открытой транспортной задачи.**